

グリッド協議会第22回ワークショップ
テーマ「金融グリッド」

多変量非正規分布による 金融リスク評価

明治大学政治経済学部経済学科
教授 博士(学術)

永原裕一

(nagahara@kisc.meiji.ac.jp)

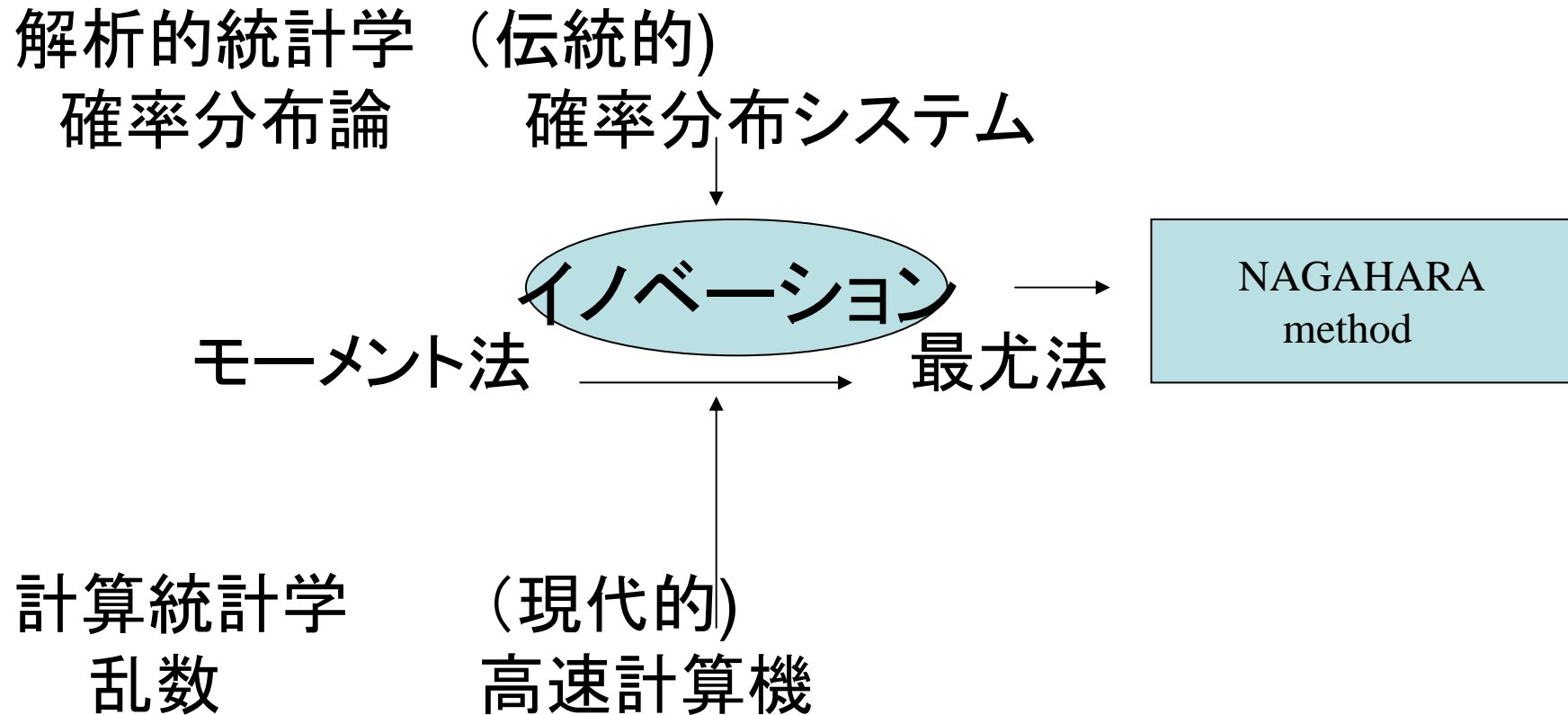
目次

1. NAGAHARA methodについて
2. 下方リスクの計算法と実証
3. CyberGRIPによる実験
4. リスク管理教育・表示ソフトウェア
5. ピアソン拡散過程
6. 今後の研究予定
7. 参考文献

1. NAGAHARA methodについて

- NAGAHARA methodとは、
- 正確な確率分布系：幅の広いピアソン分布系等を使用する（正規分布やt-分布を含む）
- 大量の乱数で確率分布を表現する（解析的表現よりも容易に幅の広い分布を生成可能）
- 上記、乱数表現された確率分布を用いて最尤法によるパラメータ推定を行う方法

全体像



応用の背景

金融リスク管理

- 金融資産のリターンの分布はファットテールで歪んでいる
- 複雑なクロス・モーメント(高次のクロス・モーメント)
- データは少数(1年で約250点)
- 正規分布やt分布は 理論的な制約がある(同じ自由度)
- ヒストリカル法は欠点がある(少数であったり、シナリオ分析ができない)

問題への解答

- 金融資産のリターンの分布はファットテールで歪んでいる



ピアソン IV 型確率分布

- 複雑なクロス・モーメント(高次のクロス・モーメント)



3次・4次のクロス・モーメントの公式

- データは少数(1年で約250点)



モーメント法より優位な最尤法に基づく推定

問題への解答

- 正規分布やt分布は 理論的な制約がある(同じ自由度)

↓
異なる自由度と歪みのある分布

ピアソンシステムは正規分布や t分布を含む幅の広い尖度・歪度を持つ

- ヒストリカル法は欠点がある(少数であったり、シナリオ分析ができない)

↓
乱数発生

方法

- 独立な確率変数

$\nu, \xi \sim$ ピアソン分布系

(主に Type IV, VII, II)

- $$X = T \begin{pmatrix} \nu_1 \xi_1 \\ \nu_2 \xi_2 \\ \vdots \\ M \end{pmatrix}$$

- T 相関行列から計算される行列
- 3次・4次のクロス・モーメント行列は知られている

ピアソン分布系

- K. Pearson が 1895年に導入
- 様々な歪度、尖度 (thin or fat –tailed) や形状 (単峰分布以外にJ-shaped, U-shaped)を持つ確率分布の集合
- 様々な研究が、データにこの分布を当てはめるため存在した.
- しかし、モーメント法が、主流であった.
- ピアソンIV型分布は実用上の困難があった

p : 確率密度関数

$$-\frac{p'}{p} = \frac{b_0 + b_1 x}{c_0 + c_1 x + c_2 x^2}$$

ピアソン分布系

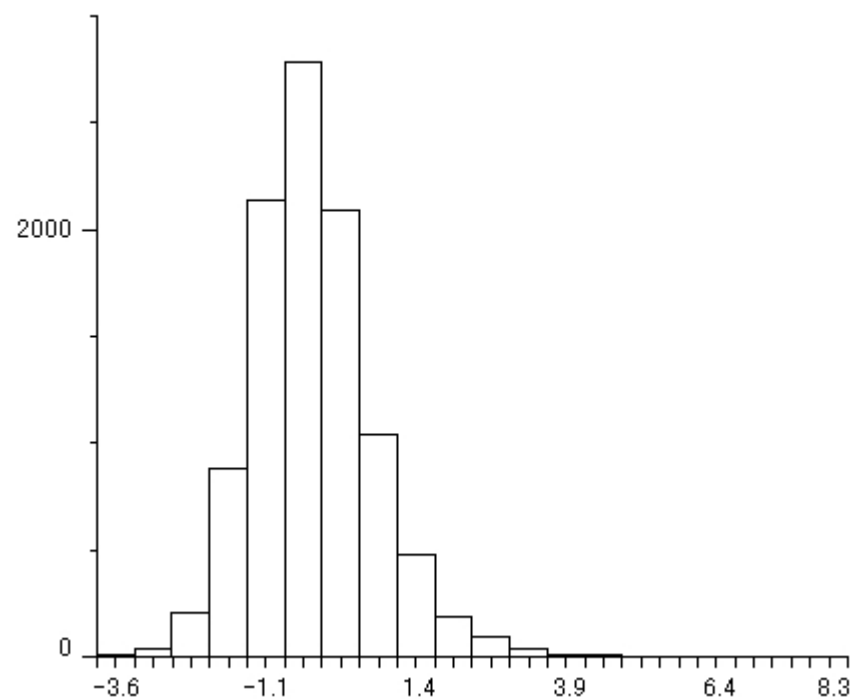
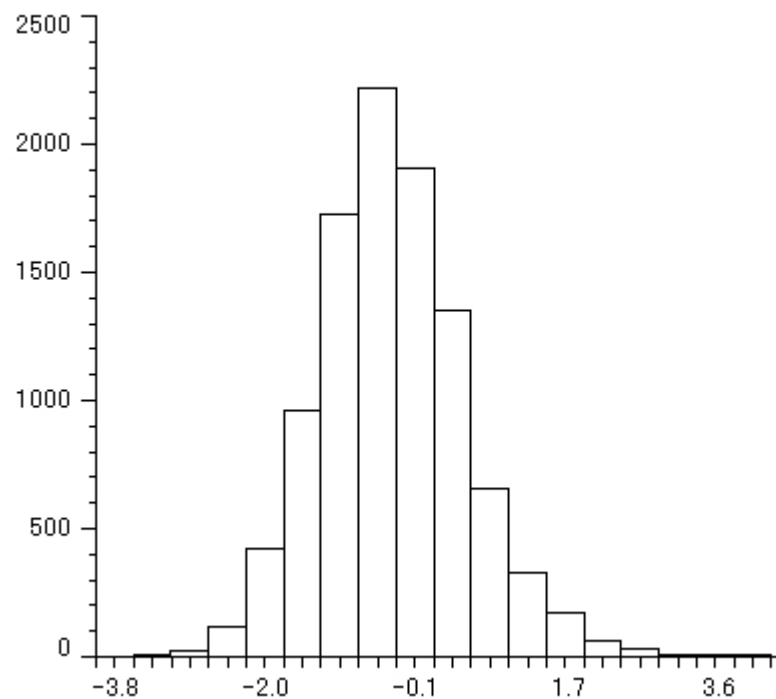
- 高速計算によって、最尤法の計算が可能に。
- 著者の論文によって (Sta&Pro (1999))、
ピアソンVII型分布の非心版として定義し、ピアソンIV型の基準化定数が容易に計算可能で、株式指数の収益率について最尤法を行った。
- この研究によって、様々な歪度・尖度を持つ、ピアソン分布系全体が活用できるようになった。
- ピアソン分布系は様々な有名な分布を含んでいる。
distributions; Normal , t, Gamma, Beta, など.

ピアソンIV型及びVII型分布

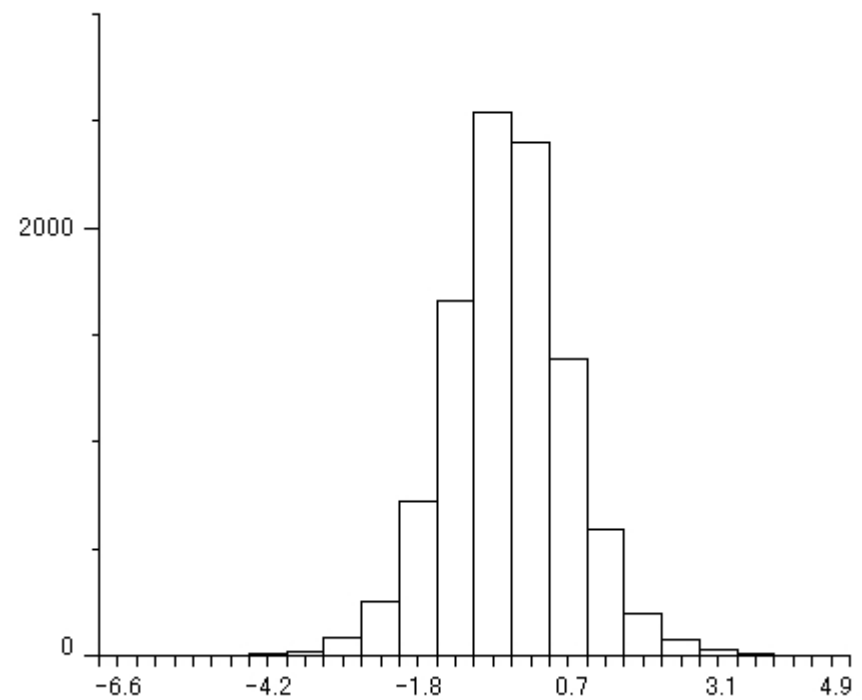
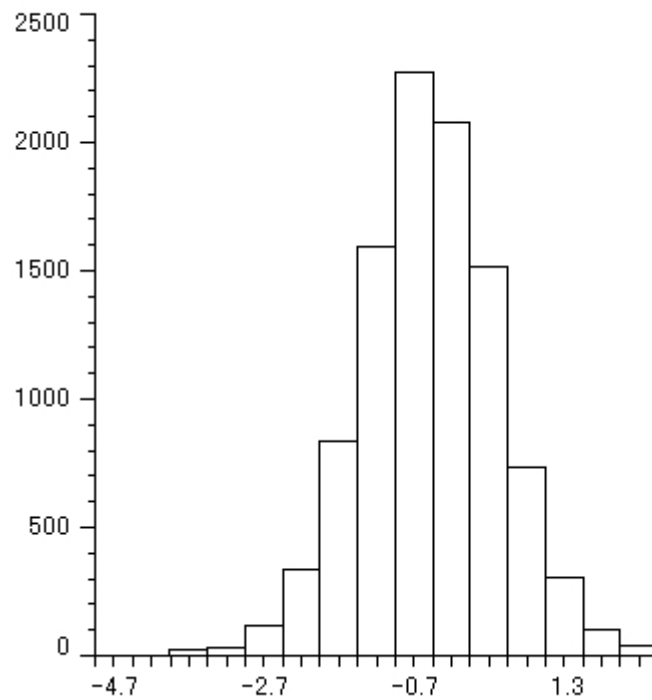
ピアソンIV型分布の確率密度関数は下式である。 δ がゼロのとき、ピアソンVII型分布となる。これは、t-分布を含む。

$$p(x) = \frac{\Gamma(b + b\delta i)\Gamma(b - b\delta i)\tau^{2b-1}}{\Gamma(b)\Gamma(b-1/2)\pi^{1/2}} \frac{\exp\left\{2b\delta \arctan\left(\frac{x-\mu}{\tau}\right)\right\}}{\left\{(x-\mu)^2 + \tau^2\right\}^b}$$

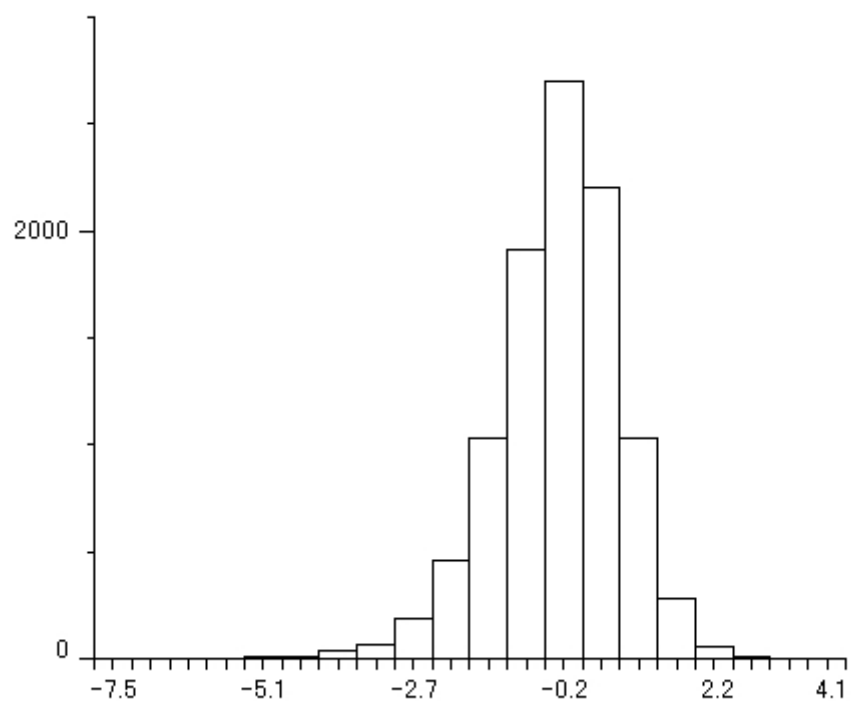
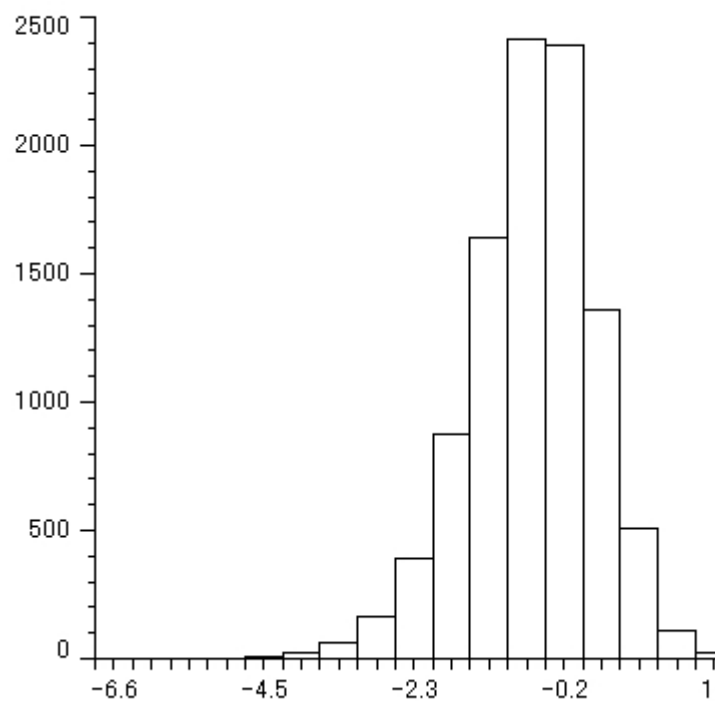
ピアソンIV型 歪度 正



ピアソンVII型 歪度 ゼロ



ピアソンIV型 歪度 負



ピアソンIV型分布のファイナンスへの応用例

- Error of ARCH and Stochastic Volatility Model
 1. Nagahara (1995) “Cross-Sectional-Skew-Dependent Distribution Models for Industry Returns in the Japanese Stock Market”, Financial Engineering and Japanese Markets
 2. Premarthe and Bera (2001) “Modeling asymmetry and excess kurtosis in stock return data”, working paper, University Illinois
 3. Rodriguez (2000) ,”Bayesian Model Estimation and Selection for the Weekly Colombian Exchange Rate”, Revista de Economia del Rosario
 4. Verhoeven and McAleer (2003) “Fat tails and asymmetry in financial volatility models”, Mathematics and Computers in Simulation
 5. Many papers refer to my paper (Sta&Pro(1999))

他の執筆論文の結論

- JCF(1999) では、確率分散変動モデルにおける尖度は時間変化する (詳細としては、ピアソンVII型分布の形状パラメータは時間変化する)
 - FE(1995) では、業種リターンの分布の歪度は時間変化する
 - FE(1996) では、日本・米国株のリターンの歪度・尖度は時間変化する
5. で後述するように、ピアソン拡散過程へのファイナンスへの応用の最初の論文

2. 下方リスクの計算法と実証

- この研究は科学技術振興機構Japan Science and Technology Agency (JST)の支援を一部受けている。
- 1996~2005年の円ベースのTOPIXとS&P500の下方リスクを計算する(データはEcoWin of Reutersより取得)
- まず、日次リターンを、われわれの手法($\nu=1$)を利用して2次元の非正規分布に当てはめる。
- 次に、推定された分布から乱数を得て、1パーセント分位点を求める
- そして、ヒストリカル法や標準偏差などと比較する

基本統計量 (1)

	Mean	Std.	Skew	Kurt	Corr.
1996 (261))					
TOPIX	-0.02414	0.73509	0.28075	4.51498	0.17921
SP500	0.11927	0.87711	-0.15304	3.53250	
1997 (260))					
TOPIX	-0.07711	1.35924	0.06239	6.17459	-0.00417
SP500	0.15600	1.36085	-0.28585	4.89958	
1998 (260)					
TOPIX	-0.02084	1.35294	0.56292	4.58779	0.00170
SP500	0.05071	1.65786	<u>-1.20955</u>	6.94736	
1999 (261)					
TOPIX	0.18297	1.14056	-0.10392	4.05907	0.04039
SP500	0.04265	1.45296	0.11833	3.53258	
2000 (259)					
TOPIX	-0.10417	1.35666	-0.25872	4.92851	0.05534
SP500	0.01391	1.53654	0.08083	4.01003	

基本統計量 (2)

	Mean	Std.	Skew	Kurt	Corr.
2001 (260)					
TOPIX	0.07315	1.46254	0.15126	5.03226	0.16868
SP500	0.00840	1.47339	-0.49173	6.06442	
2002 (260)					
TOPIX	-0.06845	1.35982	0.18497	3.01210	0.13604
SP500	-0.12382	1.80948	0.43388	<u>3.70095</u>	
2003 (260)					
TOPIX	0.08956	1.22422	-0.56376	4.31515	0.06421
SP500	0.05749	1.18394	0.05304	4.10347	
2004 (261)					
TOPIX	0.04212	1.00565	-0.57962	6.79967	0.00513
SP500	0.01928	0.84407	-0.20096	3.04545	
2005 (260)					
TOPIX	0.14205	0.77922	-0.21182	5.30154	0.04817
SP500	0.06915	0.84495	-0.33995	3.08656	

基本統計量の結論

- 2002に関しては、尖度が両方とも4以下である。他の年は、少なくとも一方が4を越えていて、正規分布よりファット・テールである。
- 1997, 1998, 2001, 2004, 2005では、尖度の差が1.0以上ある。
- 1998では、SP500の歪度が他よりも大きい (-1.20955)
- 1996, 2001, 2002では、相関が0.10よりも大きい。他の場合は0.10よりも小さい。

最尤推定量 $\xi 1$ 及び $\xi 2$ (1)

- Kurtosis and Skewness for two distributions

	Kurtosis	L.L.	Kurtosis (Skewness)	L.L.
'96	4.5	5.0	-730.33	4.0(0.0) 6.0(-0.5) -730.80
'97	7.5	3.5	-720.17	7.0(-0.5) 3.5(0.0) -718.91
'98	7.5	7.0	-706.11	9.5(0.5) 10.5(-0.5) -701.59
'99	7.5	4.5	-733.77	8.0(-0.5) 3.5(0.0) -734.51
'00	5.0	4.5	-725.16	6.0(0.0) 4.0(0.5) -723.15

最尤推定量 $\xi 1$ 及び $\xi 2$ (2)

- Kurtosis and Skewness for two distributions

	Kurtosis	L.L.	Kurtosis (Skewness)	L.L.
'01	6.0 6.5	-717.58	7.0(0.5) 7.5(0.0)	-716.74
'02	2.5 4.5	-734.39	2.5(0.0) 4.0(0.5)	-731.48
'03	5.5 4.0	-728.11	6.0(-0.5) 4.5(0.0)	-726.00
'04	5.0 3.0	-729.00	4.5(0.5) 3.0(0.0)	-728.87
'05	7.0 3.0	-728.93	7.5(0.5) 4.0(-0.5)	-726.58

最尤推定量の結論

- 2002では、ひとつの尖度が正規分布(3.0)より小さく、これはピアソンII型分布である。
- 2004 と2005では、正規分布とピアソンVII型分布である
- 他の年では、ピアソンVII型分布だが、互いに異なった尖度である
- 1998では、かなり歪んだ分布である。2000, 2002, 2003 ,2005では、少し歪んだ分布である。

下方リスクの計算(1)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'96					
S. D.	-1.73748	-1.92508	-1.49438	-1.39901	-1.63946
Per(3).	-1.85589	-2.15979	-1.47191	-1.41554	-1.86697
Per(2.5).	-1.88725	-2.32161	-1.52262	-1.42164	-1.90756
Per(2).	-1.91861	-2.48344	-1.57333	-1.42774	-1.94815
Per(1).	-2.23939	-2.65951	-1.93757	-1.48485	-2.02050
Sym.	-1.86754	-2.09250	<u>-1.58641</u>	<u>-1.47341</u>	-1.76377
Sym(8)	-1.83307	-2.04919	<u>-1.79994</u>	<u>-1.82751</u>	<u>-1.93714</u>
Asy.	-1.84003	<u>-2.32701</u>	<u>-1.57951</u>	<u>-1.54510</u>	<u>-1.94471</u>
Asy(8).	-1.83925	-2.22243	<u>-1.82922</u>	<u>-1.90378</u>	<u>-2.07165</u>

下方リスクの計算(2)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'97					
S.D.	-3.24520	-3.01585	-2.64058	-2.19738	-2.50345
Per(3).	-3.96141	-3.04157	-3.10664	-1.99483	-2.21036
Per(2.5).	-4.26308	-3.05850	-3.19381	-2.16609	-2.29413
Per(2).	-4.56474	-3.07543	-3.28098	-2.33734	-2.37791
Per(1).	-5.11305	-6.53539	-4.00277	-3.99009	-5.51727
Sym.	-3.60439	<u>-3.13305</u>	-2.90159	<u>-2.29861</u>	<u>-2.59559</u>
Sym(8)	-3.48349	<u>-3.12266</u>	<u>-3.28649</u>	<u>-3.10423</u>	<u>-3.06630</u>
Asy.	-3.88597	<u>-3.12894</u>	<u>-3.12390</u>	<u>-2.38616</u>	<u>-2.59487</u>
Asy(8).	-3.70837	<u>-3.15474</u>	<u>-3.46376</u>	<u>-3.22197</u>	<u>-3.12530</u>

下方リスクの計算(3)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'98					
S.D.	-3.17426	-3.81340	-2.64624	-2.48091	-3.11962
Per(3).	-3.42420	-5.70642	-2.81683	-3.30478	-4.98815
Per(2.5).	-3.44332	-6.59809	-2.94451	-3.51566	-5.21104
Per(2).	-3.46244	-7.48976	-3.07219	-3.72653	-5.43392
Per(1).	-4.34392	-8.10622	-4.61642	-5.02517	-6.12619
Sym.	-3.53155	-4.22122	-2.90333	-2.66493	-3.42785
Sym(8)	-3.44394	-4.12687	-3.42464	-3.55762	-3.85559
Asy.	-3.28885	-4.58003	-2.73194	-2.72570	-3.70994
Asy(8).	-3.29980	-4.35162	-3.34827	-3.60061	-4.00691

下方リスクの計算(4)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'99					
S.D.	-2.47540	-3.34387	-2.10296	-2.08165	-2.71117
Per(3).	-3.27267	-3.25755	-2.59704	-2.14868	-2.70681
Per(2.5).	-3.28782	-3.64072	-2.61352	-2.26629	-3.12555
Per(2).	-3.30296	-4.02389	-2.63000	-2.38390	-3.54428
Per(1).	-3.31267	-4.59572	-2.71107	-2.87351	-3.56374
Sym.	-2.77791	-3.59548	-2.31732	-2.21380	-2.90276
Sym(8)	-2.68997	-3.54381	-2.72964	-2.93079	-3.26575
Asy.	-3.01548	-3.46209	-2.49492	-2.22772	-2.80344
Asy(8).	-2.86677	-3.49263	-2.85493	-2.97808	-3.25022

下方リスクの計算(5)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'00					
S.D.	-3.26626	-3.56747	-2.74755	-2.49863	-2.97776
Per(3).	-3.82132	-3.44277	-2.89668	-2.68639	-2.69249
Per(2.5).	-4.21122	-3.54328	-3.47731	-2.96477	-2.97666
Per(2).	-4.60111	-3.64379	-4.05793	-3.24315	-3.26083
Per(1).	-6.12203	-6.53933	-4.42875	-3.57976	-5.35550
Sym.	-3.54849	<u>-3.83283</u>	-2.94891	-2.62231	<u>-3.17446</u>
Sym(8)	-3.47159	<u>-3.76480</u>	-3.39077	<u>-3.40399</u>	<u>-3.57640</u>
Asy.	-3.59619	-3.21174	-2.97717	-2.45427	-2.70406
Asy(8).	-3.45926	-3.32892	-3.31962	<u>-3.20756</u>	<u>-3.24189</u>

下方リスクの計算(6)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'01					
S.D.	-3.48203	-3.42576	-2.97929	-2.64787	-2.94807
Per(3).	-3.61382	-3.64572	-3.00944	-3.08295	-3.39220
Per(2.5).	-3.75451	-4.01863	-3.72890	-3.13203	-3.57930
Per(2).	-3.89519	-4.39154	-4.44835	-3.18111	-3.76640
Per(1).	-6.36223	-7.78651	-5.08978	-5.70016	-6.95197
Sym.	-3.68828	-3.77233	-3.11787	-2.75742	-3.17186
Sym(8)	-3.59707	-3.69110	-3.48345	-3.43142	-3.53709
Asy.	-3.36444	-3.80242	-2.87920	-2.66668	-3.19314
Asy(8).	-3.36460	-3.68181	-3.29603	-3.31909	-3.49129

下方リスクの計算 (7)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'02					
S.D.	-3.23792	-4.34133	-2.85847	-2.90104	-3.62951
Per(3).	-2.98511	-3.68081	-2.98081	-2.90260	-3.08666
Per(2.5).	-3.07407	-4.18597	-3.00262	-3.12922	-3.62183
Per(2).	-3.16303	-4.69112	-3.02443	-3.35583	-4.15700
Per(1).	-3.49148	-5.13412	-3.27284	-3.97082	-4.66880
Sym.	-3.01562	-4.65242	-2.71684	-2.95897	-3.86323
Sym(8)	-3.10716	-4.53554	-3.26149	-3.63997	-4.14670
Asy.	-3.01219	-3.91977	-2.68908	-2.71813	-3.30343
Asy(8).	-3.05378	-4.01289	-3.14903	-3.38953	-3.73359

下方リスクの計算 (8)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'03					
S.D.	-2.76383	-2.70202	-2.29954	-1.97391	-2.25148
Per(3).	-3.46455	-2.89037	-2.77279	-2.23646	-2.74109
Per(2.5).	-3.56131	-3.16062	-3.13506	-2.60280	-2.87811
Per(2).	-3.65806	-3.43086	-3.49733	-2.96913	-3.01512
Per(1).	-5.28242	-4.16787	-4.06404	-3.25622	-3.24617
Sym.	-3.04222	-2.86618	-2.50292	-2.07139	-2.37556
Sym(8)	-2.95203	-2.83250	-2.81828	-2.71497	-2.74008
Asy.	-3.33257	-2.90862	-2.72674	-2.17472	-2.41089
Asy(8).	-3.18301	-2.88946	-3.00893	-2.84762	-2.82634

下方リスクの計算(9)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'04					
S.D.	-2.30182	-1.94804	-1.88041	-1.50322	-1.62064
Per(3).	-2.35051	-1.83358	-1.74491	-1.88010	-1.85739
Per(2.5).	-2.90406	-2.07226	-2.40125	-2.16883	-1.85746
Per(2).	-3.45760	-2.31093	-3.05758	-2.45755	-1.85752
Per(1).	-5.67821	-2.88899	-4.43995	-2.58256	-2.48543
Sym.	-2.51048	-1.94160	-2.03678	-1.55047	-1.61684
Sym(8)	-2.43498	-1.95389	-2.26164	-2.06386	-1.96247
Asy.	-2.14962	-1.93650	-1.76149	-1.44679	-1.61175
Asy(8).	-2.18022	-1.92611	-2.06494	-1.94962	-1.90772

下方リスクの計算(10)

	TOPIX	SP500	TOP(8)&SP(2)	TOP(5)&SP(5)	TOP(2)&SP(8)
'05					
S.D.	-1.67413	-1.90024	-1.39612	-1.26568	-1.55007
Per(3).	-1.86790	-2.02557	-1.62043	-1.73808	-1.92429
Per(2.5).	-2.29243	-2.23629	-1.97292	-1.75522	-1.95407
Per(2).	-2.71695	-2.44700	-2.32540	-1.77236	-1.98384
Per(1).	-3.57878	-2.67332	-2.85824	-1.77743	-2.21151
Sym.	-1.87758	-1.89417	-1.53875	-1.29691	-1.54536
Sym(8)	-1.79937	-1.90632	-1.74610	-1.73548	-1.81163
Asy.	-1.70513	-2.24432	-1.42129	-1.36769	-1.81461
Asy(8).	-1.71594	-2.15548	-1.72459	<u>-1.81576</u>	<u>-1.99500</u>

結論

- 2002以外のほとんどすべてで、同時分布は、異なる尖度を持ったピアソンVII型分布であるか、正規分布とピアソンVII型分布の組み合わせである。
- ヒストリカル・データを用いた標準偏差によるものと比べると、我々の方法の値は、ヒストリカル法により近い値になっている。
- ヒストリカル法に比べると、ポートフォリオのケースのとき、我々の方法はより低い値になっている。これは、より高い相関などのシナリオ分析のときに、ヒストリカル法の値をそのまま使うと、リスクを低く見積もることを意味する。
- 我々の方法はヒストリカル法の補完となっている。特に、シナリオ分析ができることと、経験分布の近似として有効である。

3. CyberGRIPによる実験

- グリッドの計算資源(CPU数及び実メモリ)を最大限に活用し、適切な計算結果取得時間の短縮化を計る。
- 著者開発のFORTRAN PROGRAMをGNU FORTAN COMPILERでコンパイル
- 実験条件 マスタ・サーバ1 計算サーバ4
- 同時JOB数 上限10(CyberGRIP Developerの制約)
- JOB必要メモリ 1000万Points 1GB
- ハードウェアの実メモリ制約 2GB
- 同時実行JOB数

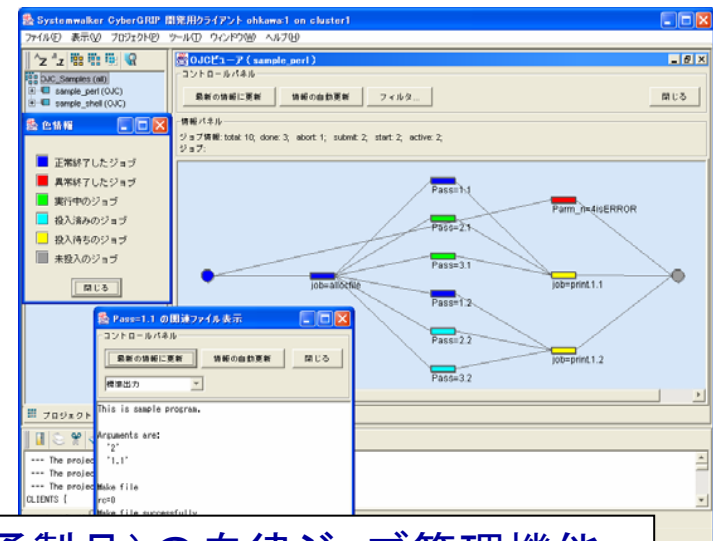
100万Pointsは10JOB (1JOB約2時間)

1000万Pointsは8JOB (1JOB約20時間)

- パラメータの組み合わせ 9通り
Skew (0.5, 0.0, -0.5) × Skew (0.5, 0.0, -0.5)
- JOB CLASS 001 (2, 2, 2, 2) 003 (4, 2, 2, 2)
- スケジュール 最初に100万Pointsで9JOB(JOB CLASS 003)で実行し、その中の対数尤度上位8のパラメータ組み合わせについて、
1000万Pointsで8JOB実行する
- 1000万Pointsを 9JOB実行する(同時実行は実メモリの制約から8JOB)より、最終結果が得るまで、約18時間ほど短縮できる。

グリッドの制御方式

- OJC (Organic Job Controller) ※¹ の適用
 - PerlライクなOJCスクリプトでジョブ実行
 - より簡単に、より柔軟に大量ジョブを実行させる仕組み
 - 簡易パラメトリックスタディが可能
 - ワークフロー記述によるジョブ制御
 - 先行ジョブを待合せ、その実行結果やステータスを後続ジョブに利用可能
 - 複数ジョブをグルーピングし、一括待合せ、キャンセル、再実行が可能



- X=-0.5 Y=+0.5 retry=1
- X=-0.5 Y=+0.5 retry=2
- X=-0.5 Y=+0.5 retry=2
- X=-0.5 Y=-0.5 retry=1
- X=-0.5 Y=-0.5 retry=1
- X=-0.5 Y=-0.5 retry=2
- X=-0.5 Y=-0.5 retry=2
- a.out
- b.out
- cn2exp3.f
- sju96.txt
- test3 (OJC)
- OJCfile
- X=+0.0 Y=+0.0 retry=1
- X=+0.0 Y=+0.0 retry=1
- X=+0.0 Y=+0.0 retry=2
- X=+0.0 Y=+0.0 retry=2
- X=+0.0 Y=+0.5 retry=1
- X=+0.0 Y=+0.5 retry=1
- X=+0.0 Y=+0.5 retry=2
- X=+0.0 Y=+0.5 retry=2
- X=+0.0 Y=-0.5 retry=1
- X=+0.0 Y=-0.5 retry=1
- X=+0.0 Y=-0.5 retry=2
- X=+0.0 Y=-0.5 retry=2
- X=+0.5 Y=+0.0 retry=1
- X=+0.5 Y=+0.0 retry=1
- X=+0.5 Y=+0.0 retry=2
- X=+0.5 Y=+0.0 retry=2
- X=+0.5 Y=+0.5 retry=1
- X=+0.5 Y=+0.5 retry=1

OJCビューア (test3)

コントロールパネル

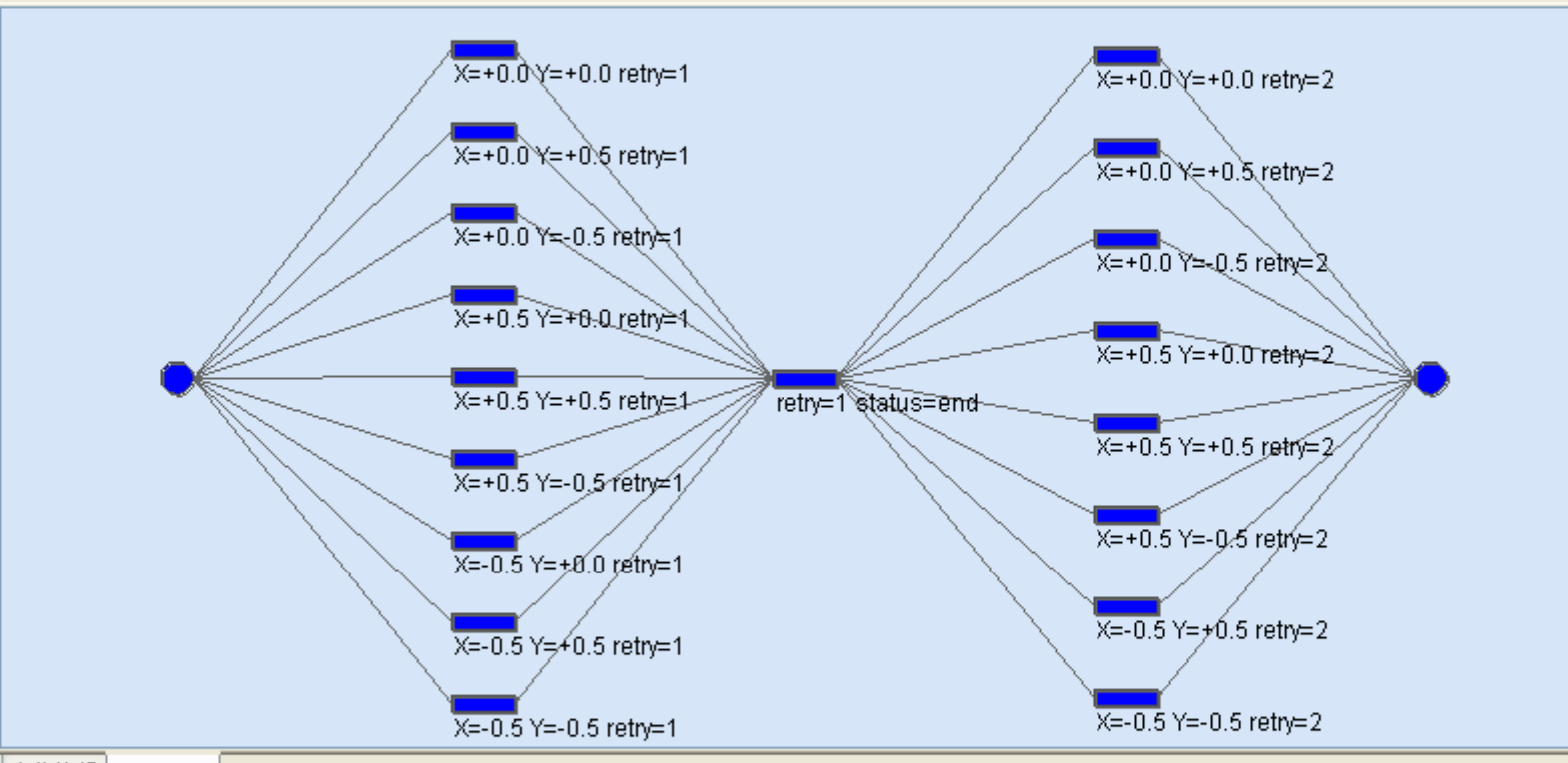
最新の情報に更新 | 情報の自動更新 | フィルタ...

閉じる

情報パネル

ジョブ情報: total: 18 (done: 18;)

ジョブ:



プロジェクト | 全体情報 | 依存情報

```
xl=-713.606633, X=+0.0, Y=+0.0  
best value:  
a1=-713.163732, X=+0.0, Y=+0.0  
END OF COMMAND ***
```

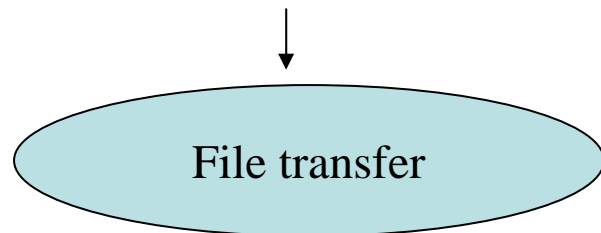
4. リスク管理教育・表示ソフトウェア (NAPRA BASIC)

- NAPRAとは、
NAgahara Procedure for Risk Analysis
- PV-WAVE(Visual Numerics社)上で、様々な確率分布やデータからなるファイルを表示する機能 (NAPRA BASIC)
- 著者開発のFORTRAN PROGRAM群
(NAPRA ADVANTAGE)

現状のソフトウェア

NAPRA ADVANTAGE (Fortran PROGRAM)

- Parameter Estimation
- Maximum Likelihood Method
- Generate Random Numbers



リスク管理教育・表示ソフトウェア
NAPRA BASIC (PV-WAVE (Visual Numerics社))

- Distribution Graph
- Percentile Calculation

乱数データ名: C:\Documents and Settings\NAGAHARA\JAF\pearson\pear45.txt Browser

統計情報

統計量	X1	X2
数	10000	10000
最大値	5.658452	8.259183
最小値	-4.025836	-3.590860
平均値	-5.8999980e-0	2.0999990e-0
標準偏差	1.000050	1.000050
分散	1.000100	1.000100
歪度	0.4843217	0.7734255
尖度	1.229728	2.201420

ポートフォリオの計算

係数の設定:

パーセンタイル(%)]

	μ	σ
X1	-0.02414	0.73509
X2	0.11927	0.87711

$Y1 = \mu1 + \sigma1 * X1$
 $Y2 = \mu2 + \sigma2 * X2$

VaRの計算:

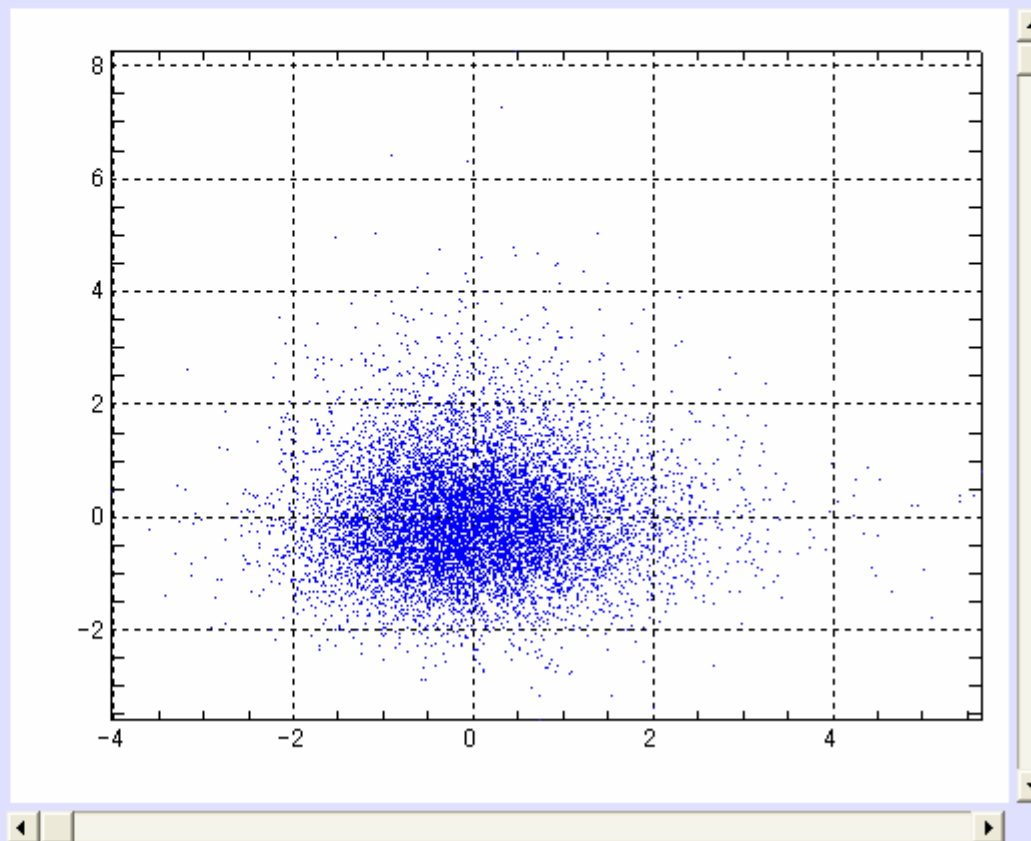
Z1= Y1	
Z2= 0.8*Y1+0.2*Y2	
Z3= 0.5*Y1+0.5*Y2	
Z4= 0.2*Y1+0.8*Y2	
Z5= Y2	

任意 Z:

グラフ

2D分布
 2D-Hist(X1)
 2D-Hist(X2)
 3D分布
 3D-Hist
 VaR

2D分布: グラフタイトル
 : X軸範囲 ~ : Y軸範囲 ~



VaRグラフの変数選択 (Z1-Z5, Z)

NAPRA Basic: データ分布 (V1.0.1)

乱数データ名: C:\Documents and Settings\NAGAHARA\JAF\pearson\pear45.txt Browser

統計情報

統計量	X1	X2
数	10000	10000
最大値	5.658452	8.259183
最小値	-4.025836	-3.590860
平均値	-5.8999980e-0	2.0999990e-0
標準偏差	1.000050	1.000050
分散	1.000100	1.000100
歪度	0.4843217	0.7734255
尖度	1.229728	2.201420

グラフ

2D分布
 2D-Hist(X1)
 2D-Hist(X2)
 3D分布
 3D-Hist
 VaR

2D分布: グラフタイトル

:X軸範囲 ~ :Y軸範囲 ~

ポートフォリオの計算

係数の設定:

パーセントイル(%):

	μ	σ
X1	-0.02414	0.73509
X2	0.11927	0.87711

$Y1 = \mu1 + \sigma1 * X1$
 $Y2 = \mu2 + \sigma2 * X2$

VaRの計算:

Z1= Y1	<input type="text"/>
Z2= 0.8*Y1+0.2*Y2	<input type="text"/>
Z3= 0.5*Y1+0.5*Y2	<input type="text"/>
Z4= 0.2*Y1+0.8*Y2	<input type="text"/>
Z5= Y2	<input type="text"/>

任意 Z:

NAPRA Basic: データ分布 (V1.0.1)

乱数データ名: C:\Documents and Settings\NAGAHARA\JAF\pearson\pear45.txt Browser

統計情報

統計量	X1	X2
数	10000	10000
最大値	5.658452	8.259183
最小値	-4.025836	-3.590860
平均値	-5.8999980e-0	2.0999990e-0
標準偏差	1.000050	1.000050
分散	1.000100	1.000100
歪度	0.4843217	0.7734255
尖度	1.229728	2.201420

グラフ

2D分布
 2D-Hist(X1)
 2D-Hist(X2)
 3D分布
 3D-Hist
 VaR

2D分布: グラフタイトル

:X軸範囲 ~ :Y軸範囲 ~

ポートフォリオの計算

係数の設定:

パーセンタイル(%):

	μ	σ
X1	-0.02414	0.73509
X2	0.11927	0.87711

$Y1 = \mu_1 + \sigma_1 * X1$
 $Y2 = \mu_2 + \sigma_2 * X2$

VaRの計算:

Z1= Y1	<input type="text"/>
Z2= 0.8*Y1+0.2*Y2	<input type="text"/>
Z3= 0.5*Y1+0.5*Y2	<input type="text"/>
Z4= 0.2*Y1+0.8*Y2	<input type="text"/>
Z5= Y2	<input type="text"/>

任意 Z:

VaRグラフの変数選択 (Z1-Z5,Z)

乱数データ名: C:\Documents and Settings\NAGAHARA\JAF\pearson\pear45.txt Browser

統計情報

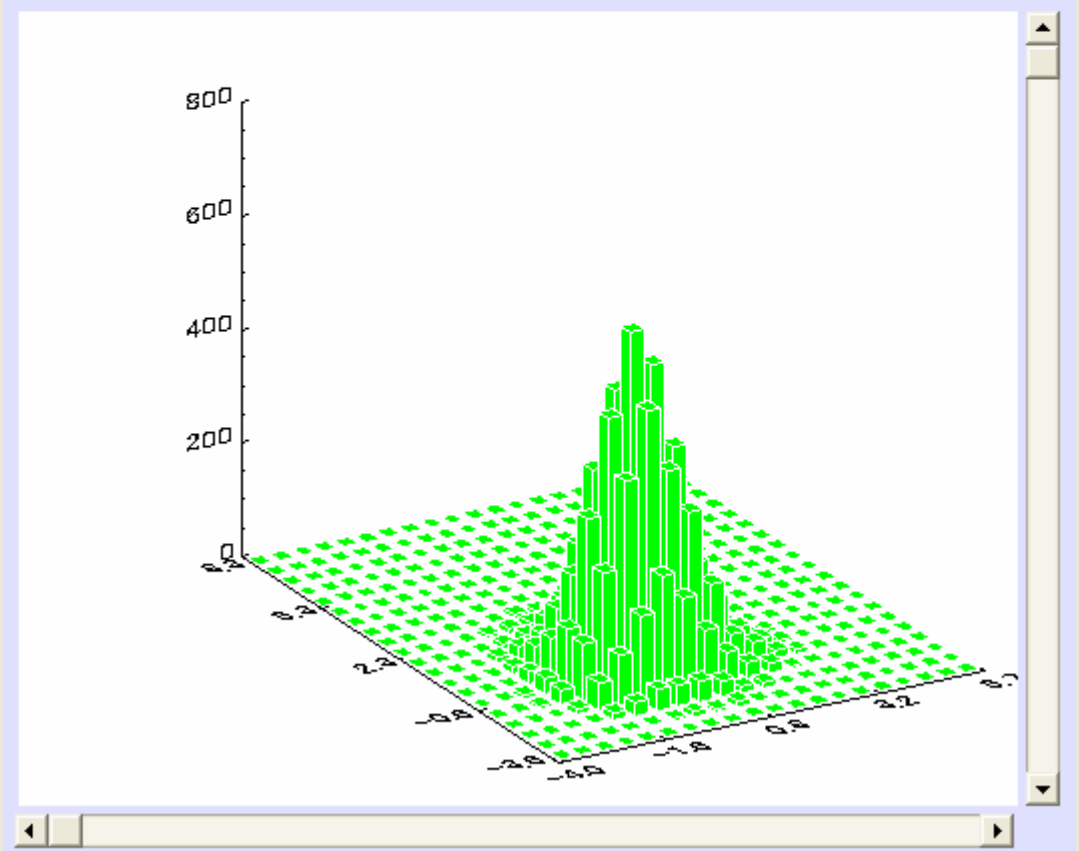
統計量	X1	X2
数	10000	10000
最大値	5.658452	8.259183
最小値	-4.025836	-3.590860
平均値	-5.8999980e-0	2.0999990e-0
標準偏差	1.000050	1.000050
分散	1.000100	1.000100
歪度	0.4843217	0.7734255
尖度	1.229728	2.201420

グラフ

2D分布
 2D-Hist(X1)
 2D-Hist(X2)
 3D分布
 3D-Hist
 VaR

2D分布: グラフタイトル

: X軸範囲 ~ : Y軸範囲 ~



ポートフォリオの計算

係数の設定:

パーセンタイル(%):

	μ	σ
X1	-0.02414	0.73509
X2	0.11927	0.87711

$Y1 = \mu1 + \sigma1 * X1$
 $Y2 = \mu2 + \sigma2 * X2$

VaRの計算:

Z1= Y1	<input type="text"/>
Z2= 0.8*Y1+0.2*Y2	<input type="text"/>
Z3= 0.5*Y1+0.5*Y2	<input type="text"/>
Z4= 0.2*Y1+0.8*Y2	<input type="text"/>
Z5= Y2	<input type="text"/>

任意 Z:

VaRグラフの変数選択 (Z1-Z5,Z)

乱数データ名: C:\Documents and Settings\NAGAHARA\JAF\pearson\pear45.txt Browser

統計情報

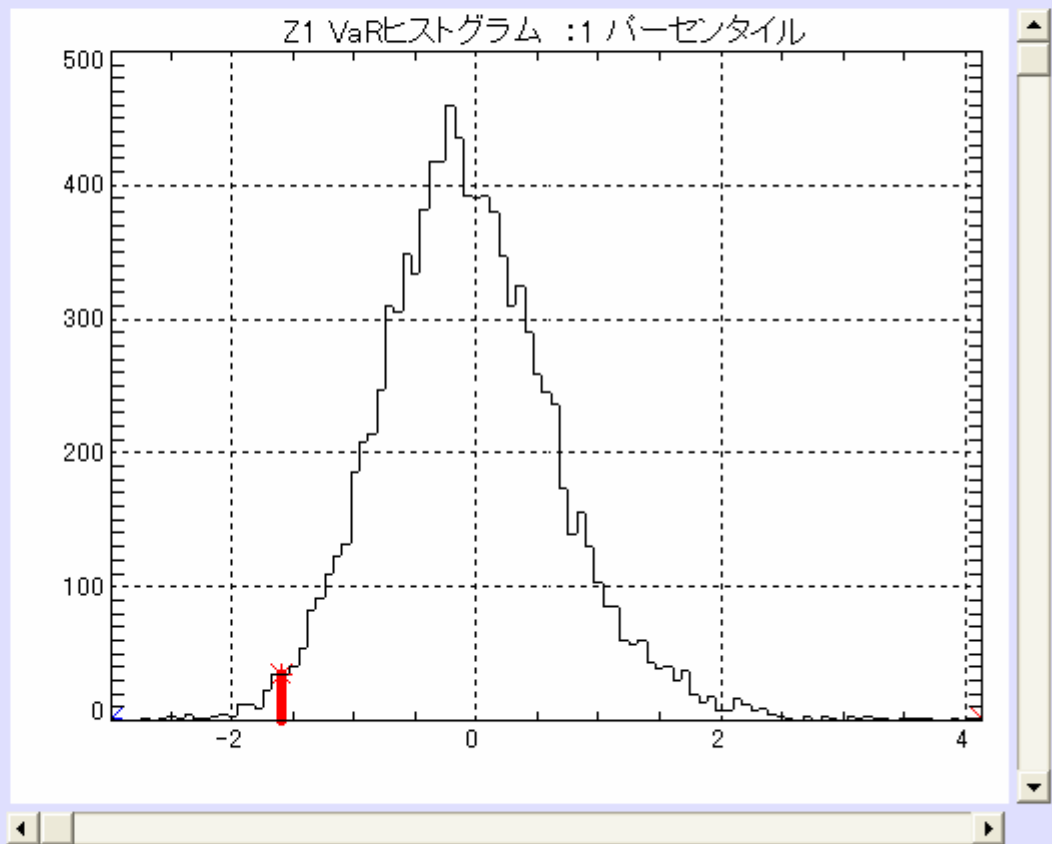
統計量	X1	X2
数	10000	10000
最大値	5.658452	8.259183
最小値	-4.025836	-3.590860
平均値	-5.8999980e-0	2.0999990e-0
標準偏差	1.000050	1.000050
分散	1.000100	1.000100
歪度	0.4843217	0.7734255
尖度	1.229728	2.201420

グラフ

2D分布
 2D-Hist(X1)
 2D-Hist(X2)
 3D分布
 3D-Hist
 VaR

2D分布: グラフタイトル

:X軸範囲 ~ :Y軸範囲 ~



ポートフォリオの計算

係数の設定:

パーセントイル(%):

	μ	σ
X1	-0.02414	0.73509
X2	0.11927	0.87711

$Y1 = \mu1 + \sigma1 * X1$

$Y2 = \mu2 + \sigma2 * X2$

VaRの計算:

Z1= Y1	-1.5886225
Z2= 0.8*Y1+0.2*Y2	-1.3325527
Z3= 0.5*Y1+0.5*Y2	-1.1797540
Z4= 0.2*Y1+0.8*Y2	-1.4000349
Z5= Y2	-1.6519249

任意 Z:

$Z = 0 * Y1 + 0 * Y2$

VaRグラフの変数選択 (Z1-Z5,Z)

Z1
 Z2
 Z3
 Z4
 Z5
 Z

5. ピアソン拡散過程

- ピアソン分布系を定常分布に持つ拡散過程
- 株式リターンの形成プロセスとして、特に、fat-tailed (ピアソンVII型) やSkew (ピアソンIV型) を定常分布にもつ拡散過程のパラメータ推定 (Nagahara(1996) “Non-Gaussian Distribution for Stock Returns and Related Stochastic Differential Equation”, Financial Engineering and the Japanese Markets, 3, 121-149)
- 次ページで引用: ファイナンスへの応用での最初の研究 (ピアソンIV型) 今後、重要な確率過程に。

引用

- “The class of Pearson diffusions is thus highly flexible and therefore suited for many different applications.We give special attention to the Pearson diffusion with type IV marginals (the type IV Pearson distribution is a skewed kind of t-distribution). **This process has received little attention in the literature, see however Nagahara (1996), and has a noteworthy potential in, for instance, financial applications because of its skew and heavy-tailed marginal distribution.**”, cited by *J.L. Forman and M.Sorensen (University of Copenhagen) (2007), “The Pearson Diffusions: A class of statistically tractable diffusion processes”, CREATES, Research Papers, 2007-28, University of Aarhus , to appear in Scandinavian Journal of Statistics*

6. 今後の研究予定

- ヘッジ・ファンド、REITなどのゆがみの顕著なデータによるリスク指標の実証
- アセット・アロケーションへの応用
- デリバティブや年金資産のモンテカルロ・シミュレーション
- 信用リスクなど他のリスクへの応用
- ピアソン拡散過程の適用の基礎研究とモンテカルロ・シミュレーションによる応用研究

7. 参考文献

- Nagahara, Y. (1995), "Cross-Sectional-Skew-Dependent Distribution Models for Industry Returns in Japanese Stock Market", *Financial Engineering and Japanese Markets*, Vol.2, No.2, 139-154.
- Nagahara, Y. (1996), "Non-Gaussian Distribution for Stock Returns and Related Stochastic Differential Equation", *Financial Engineering and Japanese Markets*, Vol.3, No.2, 121-149.
- Nagahara, Y. (1999) , "The PDF and CF of Pearson type IV distribution and the ML estimation of he parameters", *Statistics & Probability Letters*, Vol.43,No.3, 251-264.
- Nagahara, Y. (2003), "Non-Gaussian Filter and Smoother Based on the Pearson Distribution System", *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 24, No. 6, 721-738.
- Nagahara, Y.(2004) ,"A Method of Simulating Multivariate Nonnormal Distributions by the Pearson Distribution System", *Computational Statistics & Data Analysis*, Vol. 47, Issue 1, 1-29.
- Nagahara, Y. (2006) "A Method of Fitting Multivariate Nonnormal Distributions to Financial Data", Discussion Paper F-2006-5, Institute of Social Sciences, Meiji University
- Nagahara, Y. (2006) "A Method of Calculating the Downside Risk by Multivariate Nonnormal Distributions", Proceedings of JAFEE Conference. and Discussion Paper F-2006-6, Institute of Social Sciences, Meiji University
- Nagahara, Y. and Kitagawa, G. (1999) , "Non-Gaussian Stochastic Volatility Model", *Journal of Computational Finance*, Vol.2, No.2, 33-47, .